

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ
ПОЛИТИКИ И РЫБОХОЗЯЙСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА
ФГБОУ ВО «ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»
Институт непрерывного образования**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по предмету
Математика**

Специальность: 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства

Составители ФОС по дисциплине: Кадина И.В.
Нестеренко Д.И.
Комарова Е.А.

Волгоград, 2021

Паспорт фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика».

Фонд оценочных средств разработан в соответствии с требованиями ФГОС нового поколения специальности 35.02.08 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства рабочей программой учебной дисциплины «Математика»

Раздел 1. Результаты освоения учебного предмета, подлежащие проверке

Освоение содержания учебного предмета *Математика* обеспечивает достижение студентами следующих **результатов**:

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

- **выполнять** действия над матрицами и определителями, сочетая устные и письменные приемы; вычислять определитель; приводить матрицу к ступенчатому виду;
- **находить** определитель квадратной матрицы; обратную матрицу; решение систем линейных алгебраических уравнений с использованием методов Гаусса, Крамера и обратной матрицы;
- **выполнять** преобразования выражений, применяя свойства определителей и матриц; проверку полученного решения систем линейных алгебраических уравнений путем непосредственной подстановки в саму систему найденных значений;
- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения практических задач, при решении которых используют алгебраические уравнения, которые связаны определенной зависимостью и объединены в систему.

ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

- **вычислять** координаты и длину вектора зная его начальную и конечную точку; площадь используя векторное произведение векторов; объем используя смешанное произведение;
- **определять** взаимное расположение плоскостей в пространстве используя свойства векторов;
- **строить** фигуры для которых находятся площади и объемы с помощью заданных векторов;
- **использовать** понятие вектора для описания физических величин имеющих определенное направление действия;
- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни: для нахождения с помощью векторов площади и объемы различных фигур.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

- **распознавать** на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- **описывать** взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- **анализировать** взаимное расположение объектов в пространстве;
- **изображать** основные фигуры, кривые второго порядка; выполнять чертежи по условиям задач;
- **решать** задачи на плоскости и в пространстве нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- **использовать** при решении задач в пространстве факты и методы полученные ранее при решении задач на плоскости;
- **проводить** доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических

ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

- **находить** пределы используя свойства пределов а также формулы и следствия первого и второго замечательного предела;

- **находить** производные первого и второго порядка от сложных, неявно заданных и параметрических функций;

- **использовать** понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

- **использовать** производную и пределы для изучения свойств функций;

- **изображать** графики функций после их полного исследования;

- **использовать** понятие функции для описания и анализа зависимостей величин;

- **применять** производную и пределы для проведения вычислений с целью определения точек экстремума функций, а также точек разрыва первого и второго рода, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения и определения промежутков монотонности;

- **вычислять** значение пределов от разных типов функций в простейших случаях;

- **использовать** таблицу интегралов и основные методы интегрирования для нахождения неопределенных и определенных интегралов;

- **проводить** исследование на сходимость несобственных интегралов;

- **вычислять** площади и объемы с использованием определенного интеграла;

- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе физических.

- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

- **выполнять** арифметические действия над комплексными числами; возводить в степень комплексные числа; извлекать корни из комплексных чисел;

- **находить** модуль и аргумент комплексного числа; три формы записи комплексного числа;

- **изображать** комплексные числа на плоскости;

- **применять** производную и пределы для проведения вычислений с целью определения точек экстремума функций, а также точек разрыва функций и их асимптот, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения и определения промежутков монотонности;

- **вычислять** корни квадратных уравнений в комплексном пространстве;

- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе физических.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

- **распознавать** к какому типу относится дифференциальное уравнение в зависимости от формы его записи;

- **находить** решение или общий интеграл для различного вида дифференциальных уравнений первого и второго порядка;

- **находить** частное решение дифференциального уравнения, используя заданные начальные условия;

- **выполнять** проверку полученного решения дифференциального уравнения;

- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для исследования (моделирования) несложных практических ситуаций с помощью дифференциальных уравнений.

РЯДЫ

- **находить** сумму сходящегося ряда;
- **определять** сходимость и расходимость положительных, знакопеременных и степенных рядов;
- **применять** пределы для установления сходимости или расходимости всех типов рядов;
- **выполнять** разложение функции в степенной ряд;
- **использовать** признаки Коши и Даламбера для нахождения радиуса, области и интервала сходимости степенного ряда;
- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, нахождение скорости протекания различного рода процессов и возможность их ускорения.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

- **решать** комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул комбинаторики;
- **вычислять** вероятности событий с использованием теорем сложения и умножения событий с применением классической формулировки понятия вероятности события;
- **находить** точное и приближенное значение вероятности с применением формул Бернулли, Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра-Лапласа;
- **использовать** таблицы для нахождения значений функций Гаусса и Лапласа;
- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для анализа вероятностных событий.
- **находить** выборочное среднее, моду, медиану выборки;
- **изображать** полигон и гистограмму частот, кумуляту, огиву, функцию распределения;
- **использовать** найденные характеристики для анализа вариационного ряда;
- **использовать** приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни: для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера.

Раздел 2. Формы контроля и оценивания по учебному предмету

Таблица 1

Раздел / тема учебной дисциплины	Форма текущего контроля и оценивания
Раздел 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	
Тема 1.1. Матрицы и определители	<u>Формы текущего контроля:</u> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <u>Формы оценивания результативности обучения:</u> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Тема 1.2. Системы линейных уравнений	
Раздел 2. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА	
Тема 2.1. Векторы и действия над ними	<u>Формы текущего контроля:</u> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <u>Формы оценивания результативности обучения:</u>

	<ul style="list-style-type: none"> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Раздел 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	
Тема 3.1. Аналитическая геометрия на плоскости	<p style="text-align: center;"><u>Формы текущего контроля:</u></p> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <p style="text-align: center;"><u>Формы оценивания результативности обучения:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Тема 3.2. Аналитическая геометрия в пространстве	
Раздел 4. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	
Тема 4.1. Функции и последовательности	<p style="text-align: center;"><u>Формы текущего контроля:</u></p> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <p style="text-align: center;"><u>Формы оценивания результативности обучения:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Тема 4.2. Производная функции	
Тема 4.3. Неопределенный интеграл	
Тема 4.4. Определенный интеграл	
Раздел 5. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА	
Тема 5.1. Комплексные числа и действия над ними	<p style="text-align: center;"><u>Формы текущего контроля:</u></p> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <p style="text-align: center;"><u>Формы оценивания результативности обучения:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Раздел 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	
Тема 6.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	<p style="text-align: center;"><u>Формы текущего контроля:</u></p> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <p style="text-align: center;"><u>Формы оценивания результативности обучения:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Тема 6.2. Дифференциальные уравнения высших порядков	
Раздел 7. РЯДЫ	
Тема 7.1. Числовые ряды	<p style="text-align: center;"><u>Формы текущего контроля:</u></p> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <p style="text-align: center;"><u>Формы оценивания результативности обучения:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Тема 7.2. Степенные ряды	
Раздел 8. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА	

Тема 8.1. Элементы комбинаторики	<u>Формы текущего контроля:</u> устный и письменный опрос, работа у доски, проверка практических заданий; проверка внеаудиторных самостоятельных работ. <u>Формы оценивания результативности обучения:</u> - традиционная система отметок в баллах за каждую выполненную работу; - формирование результата итоговой аттестации по дисциплине на основе суммы результатов текущего контроля.
Тема 8.2. Элементы теории вероятностей	
Тема 8.3. Элементы математической статистики	

Раздел 3. Оценка освоения учебного предмета *Математика*

3.1. Общие положения

Основной целью оценки освоения учебного предмета является комплексная оценка уровня сформированности предметных, метапредметных и личностных результатов. Предусмотрено использование накопительной системы оценивания.

Объектом оценки личностных результатов служит сформированность универсальных учебных действий (УУД), включаемых в следующие два основных блока: 1) сформированность основ математической грамотности; 2) готовность к переходу к самообразованию на основе учебно-познавательной мотивации. Достижение обучающимися личностных результатов не выносится на итоговую оценку.

Метапредметные результаты включают в первую очередь освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике.

Предметные результаты освоения интегрированного учебного предмета *Математика* ориентированы на формирование целостных представлений о математике, как науки, ее взаимосвязи с другими науками путем освоения систематических научных знаний и способов действий на метапредметной основе.

Итоговая аттестация по предмету *Математика* осуществляется в форме экзамена. Условием допуска к экзамену являются положительные оценки по всем практическим, самостоятельным и контрольным работам. Экзамен проводится в устной форме. Условием положительной аттестации по предмету на экзамене является положительная оценка освоения предметных, метапредметных и личностных результатов.

3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по предмету *Математика*

В состав комплекта материалов для оценки уровня сформированности предметных, метапредметных и личностных результатов, а также общих компетенций входят задания для обучающихся с эталонами ответов.

1. Найдите значение выражения $5:0,2 - 13$.

- а) $-10,5$
- б) -3
- + в) 12
- г) $1,2$

2. В компании 150 сотрудников. Пятая часть из них имеет экономическое образование. Сколько сотрудников компании не имеют экономического образования?

- а) 4

- + б) 120
- в) 30
- г) 12

3. Найдите h из равенства $E = mgh$, если $g = 9,8$; $m = 5$; $E = 4,9$.

- + а) 0,1
- б) 1
- в) 10
- г) $-45,9$

4. Для ремонта квартиры требуется 48 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 5 рулонов?

- а) 5
- б) 48
- + в) 10
- г) 9

5. В общежитии университета в каждую комнату можно поселить трех человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для заселения 83 студентов?

- а) 29
- б) 30
- в) 27
- + г) 28

6. Найдите корень уравнения $4 - 2x = -4x + 5$.

- а) -1
- + б) 0,5
- в) 2
- г) 1

7. Найдите значение выражения $7 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^{-1}$.

- а) 758
- б) 20000
- в) 7508
- + г) 7500,8

8. Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 450 рублей после понижения цены на 10 % ?

- + а) 16
- б) 20
- в) 17
- г) 15

9. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами a, b, c можно найти по формуле $S = 2(ab + ac + bc)$.

Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 1, 3, 7.

- а) 31
- б) 33
- + в) 62
- г) 66

10. Поезд Москва – Саранск отправляется в 21:30, а прибывает в 7:30 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

- а) 34
- б) 14
- в) 2
- + г) 10

Шкала и критерии оценивания знаний, умений, навыков,
необходимых для изучения дисциплины

Шкала оценивания	Критерии оценки
«Зачтено»	Обучающийся дал 50 % и более правильных ответов на тестовые задания. Обучающийся отвечает минимальным требованиям к «входным» знаниям, умениям, навыкам, необходимым для изучения дисциплины
«Не зачтено»	Обучающийся дал менее 50 % правильных ответов на тестовые задания. Обучающийся не отвечает минимальным требованиям к «входным» знаниям, умениям, навыкам, необходимым для изучения дисциплины

Методические рекомендации обучающимся по подготовке к тестированию:

- 1) Внимательно изучите структуру теста, оцените объем времени, выделяемого на данный тест, посмотрите, какого типа задания в нем содержатся. Это поможет настроиться на работу.
- 2) Начните отвечать на те вопросы, в правильности решения которых нет сомнений, пока не останавливаясь на тех, которые могут вызвать долгие раздумья. Это позволит успокоиться и сосредоточиться на выполнении более трудных вопросов.
- 3) Внимательно читайте задания до конца, не пытайтесь понять условия «по первым словам» или выполнив подобные задания в предыдущих тестированиях. Такая спешка нередко приводит к досадным ошибкам в самых легких вопросах.
- 4) Если Вы не знаете ответа на вопрос или не уверены в правильности, следует пропустить его и отметить, чтобы потом к нему вернуться.
- 5) Рассчитывайте выполнение заданий так, чтобы осталось время на проверку и доработку. Тогда вероятность опечаток сводится к нулю и имеется время, чтобы набрать максимум баллов на легких заданиях и сосредоточиться на решении более трудных, которые вначале пришлось пропустить.

3.2 Текущий контроль

Задания для выполнения контрольной работы

Контрольная работа № 1

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Найти значение матричного многочлена $(A^2 + 2A + 3E)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений с помощью формул Крамера:

$$\begin{cases} x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y + 2z = -1, \\ x - y + 5z = -2. \end{cases}$$

Задание 3. Заданы координаты вершин тетраэдра $A(1;3;4)$, $B(2;2;1)$, $C(-1;0;1)$, $D(-4;6;-3)$. Требуется найти:

- вектор $\overline{2AB} - \overline{AC}$;
- угол между ребрами AB и AD;
- площадь грани ABC;
- объем тетраэдра ABCD.

Вариант 2

Задание 1. Найти значение матричного многочлена $(2A^2 + 3A + 6E)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Задание 2. Решить систему уравнений с помощью формул Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1, \\ x + y - 4z = 0, \\ 4x + 5y - 3z = 1. \end{cases}$$

Задание 3. Заданы координаты вершин тетраэдра $A(-4;2;6)$, $B(2;-3;0)$, $C(-10;5;8)$, $D(-5;2;-4)$.

Требуется найти:

- вектор $\overline{2AB} - \overline{AC}$;
- угол между ребрами AB и AD;
- площадь грани ABC;
- объем тетраэдра ABCD.

Контрольная работа № 2

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Вычислить указанные пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-7x+12}; 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4-3x+1}{5-4x^4}; 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin 4x}{tg 2x}; 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+1} \right)^{2x-1}.$$

Задание 2. Найти производные функций:

$$a) y = 2^{8x} tg 3x; \quad б) y = \frac{\sin 2x}{\cos 5x};$$

Задание 3. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и построить её график: $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$.

Вариант 2

Задание 1. Вычислить указанные пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}; 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 8x + 1}{2 - 3x^3}; 3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{3x + 7} - 4}; 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin 3x}{5 \sin 6x}; 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{7x-2}.$$

Задание 2. Найти производные функций:

$$а) y = (3x^2 - 2\sqrt{x} + 5)^5; \quad б) y = e^{\arcsin x} \cos 4x;$$

Задание 3. Исследовать функцию методами дифференциального исчисления и начертить её график: $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 18$.

Контрольная работа № 3

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Найти неопределенные интегралы: а) $\int e^{x^2+3} x dx$; б) $\int x \sin 2x dx$;

Задание 2. Вычислить интегралы: а) $\int \left(x + \frac{1}{x^2} - \sqrt{x} \right) dx$; б) $\int \left(x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 dx$;

$$в) \int (2x+3)^4 dx; г) \int \frac{dx}{(3x+1)^2}; д) \int x \cdot e^{-x} dx$$

Вариант 2

Задание 1. Найти неопределенные интегралы: а) $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^3}} dx$; б) $\int \ln x dx$;

Задание 2. Вычислить интегралы: а) $\int \frac{x^2 + 2x\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int \frac{(1+x)^2}{x^2} dx$;

$$в) \int \sqrt{x+2} dx; г) \int e^{5x+2} dx; д) \int x^3 \ln x dx$$

Контрольная работа № 4

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Вычислить определенный интеграл:

$$а) \int_0^{\pi} x \cdot \cos \frac{x}{2} dx \quad б) \int_{-2}^1 \ln(3x+7) dx \quad в) \int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x}}$$

Задание 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = x^2 + 6x + 7; \quad y = -x + 1$$

Задание 3. Найти объем тела, образованного вращением оси OX фигуры, расположенной в первом квадрате и ограниченной заданными кривыми:

$$y = \frac{1}{3} x^2; \quad y = -2x + 9$$

Задание 4. Найти длину дуги кривой

$$y = \ln \sin x; \quad \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

Вариант 2

Задание 1. Вычислить определенный интеграл:

$$b) \int_1^8 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x^2}} \quad b) \int_0^{1/2} \arcsin 2x dx \quad c) \int_{-3}^0 \ln(3x + 10) dx$$

Задание 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми:

$$y = x^2 - 6x + 7; \quad y = -x + 7$$

Задание 3. Найти объем тела, образованного вращением оси OX фигуры, расположенной в первом квадрате и ограниченной заданными кривыми:

$$y = 2x^2; \quad y = -3x + 14$$

Задание 4. Найти длину дуги кривой

$$y = \ln \cos x \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$$

Контрольная работа № 5

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение.

1. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$.

2. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4 \frac{y}{x} - 2$.

Задание 2. Найти решение задачи Коши.

1. $y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0$.

2. $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, \quad y(0) = 1$.

Вариант 2

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение.

1. $xy' = \frac{3y^3 + 2x^2y}{2y^2 + x^2}$.

2. $x\sqrt{1+y^2} - yy'\sqrt{1+x^2} = 0$.

Задание 2. Найти решение задачи Коши.

1. $xy' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = \frac{1}{2}$.

2. $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Контрольная работа № 6

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение.

1. $y''x \ln x = y'$.

2. $y'' - y' = 2(1 - x)$.

3. $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$.

Задание 2. Найти решение задачи Коши.

1. $4y^3 y'' = y^4 - 1, \quad y(0) = \sqrt{2}, \quad y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

2. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$.

Вариант 2

Задание 1. Определить тип дифференциального уравнения и найти его общее решение.

1. $y'' - 4y' + 4y = 3^{-2x}(\sin 6x + \cos 6x)$.

2. $4y'' + 16y' + 15y = 4(x^2 - 1)$.

3. $xy'' + y' = 1$.

Задание 2. Найти решение задачи Коши.

1. $y'' - 128y^3 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 8$.

2. $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}, \quad y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = 3(1 - \ln 2)$.

Контрольная работа № 7

Текст задания

Вариант 1

Задание 1. Производится бросание двух игральных костей. Определить вероятность следующих событий: а) сумма выпавших очков равна 9; б) сумма выпавших очков не превышает 9.

Задание 2. Азотное удобрение поступает на склад хозяйства из пункта 1 и пункта 2, причем из 1-го пункта в 2 раза больше, чем из 2-го. Вероятность того, что удобрение из 1-го пункта удовлетворяет стандарту, равна 0,9, а соответствующая вероятность для 2-го пункта равна 0,7. Определить вероятность того, что взятое для пробы на складе хозяйства удобрение удовлетворяет стандарту.

Задание 3. Дана вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие A появится не менее k_1 раз и не более k_2 раз.

$$n = 360; \quad p = 0,8; \quad k_1 = 280; \quad k_2 = 300.$$

Вариант 2

Задание 1. Устройство состоит из 5 элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом 2 элемента. Найти вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы.

Задание 2. Строительная бригада получает железобетонные перекрытия от 3-х ДСК: от 1-го – 30%, от 2-го – 55%, от 3-го – 15% перекрытий. Брак продукции 1-го ДСК составляет 5%, 2-го ДСК – 6%, а 3-го ДСК – 10%. Полученные перекрытия хранятся на общем складе. Наугад для контроля проверенное перекрытие оказалось браком. Какова вероятность того, что бракованное перекрытие изготовлено на 1-ом ДСК?

Задание 3. Дана вероятность p появления события A в каждом из n независимых испытаний. Найти вероятность того, что в этих испытаниях событие A появится не менее k_1 раз и не более k_2 раз.

$$n = 490; p = 0,6; k_1 = 320; k_2 = 350.$$

Время на выполнения контрольных работ: 90 мин.

Критерии оценки:

Оценка «5 баллов» ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

Оценка «4 балла» ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

Оценка «3 балла» ставится, если:

- допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

Оценка «2 балла» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере
- работа показала полное отсутствие у учащегося обязательных знаний и умений по проверяемой теме или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Методические рекомендации обучающимся по выполнению контрольной работы:

1. Внимательно изучите теоретический материал – конспект, составленный на лекционном занятии. Выпишите формулы из конспекта по изучаемой теме.
2. Обратите внимание, как использовались данные формулы при решении задач на занятии.
3. Выпишите ваш вариант задания.
4. Решите предложенную задачу, используя выписанные формулы.

5. Проанализируйте полученный результат (правильность подстановки в формулы численных значений, правильность расчетов, правильность вывода неизвестной величины из формулы).
7. Решение задач должно сопровождаться необходимыми пояснениями. Расчётные формулы приводите на отдельной строке, выделяя из текста.
8. Запишите ответ к выполненной задаче.

3.3. Промежуточная аттестация

Теоретические вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие и виды матриц. Транспонированная матрица.
2. Операции над матрицами и их свойства.
3. Обратная матрица и ее свойства.
4. Определитель матрицы и его свойства.
5. Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца.
6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
8. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
9. Векторы. Операции над векторами и их свойства.
10. Действия над векторами, заданными своими координатами.
11. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
12. Векторное произведение двух векторов и его свойства.
13. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
14. Уравнение прямой на плоскости: способы задания.
15. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
16. Общее уравнение прямой, его частные случаи.
17. Кривые второго порядка: окружность.
18. Кривые второго порядка: эллипс.
19. Кривые второго порядка: гипербола.
20. Кривые второго порядка: парабола.
21. Числовые последовательности и способы их задания.
22. Предел числовой последовательности. Теоремы о пределах числовых последовательностей.
23. Предел функции. Непрерывность функции.
24. Понятие производной и ее геометрический смысл.
25. Кинематический смысл производной.
26. Теоремы дифференциального исчисления.
27. Производная сложной и обратной функции.
28. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
29. Исследование функций с помощью первой производной.
30. Исследование функций с помощью второй производной.
31. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
32. Вычисление неопределенных интегралов.
33. Методы вычисления неопределенных интегралов: метод подстановки.
34. Методы вычисления неопределенных интегралов: метод интегрирования по частям.
35. Интегрирование рациональных дробей.
36. Определенный интеграл и его геометрический смысл.
37. Формула Ньютона-Лейбница.
38. Приложения определенного интеграла: длина дуги кривой, площадь плоской фигуры, вычисление пути, пройденного точкой, вычисление работы силы.
39. Понятие функциональной зависимости между несколькими переменными.
40. Предел и непрерывность функции двух независимых переменных.
41. Частные производные функции нескольких переменных.
42. Экстремумы функции двух независимых переменных.
43. Двойной интеграл и его приложения.
44. Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия.

45. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Примеры.
46. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Примеры.
47. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
48. Предмет теории вероятностей. Случайные события.
49. Классическое определение вероятностей. Свойства вероятностей.
50. Статистическое определение вероятностей, геометрическое определение вероятности.
51. Условная вероятность событий. Произведение событий.
52. Зависимые и независимые события. Вероятность суммы событий.
53. Схема Бернулли. Вероятность хотя бы одного успеха.
54. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Теорема гипотез (Формула Байеса).
55. Теорема о появлении ровно m событий в n испытаниях, проведенных по схеме Бернулли. (Формула Бернулли).
56. Асимптотические формулы. Формулировки теорем Пуассона, локальной и интегральной теорем Лапласа.
57. Случайная величина. Законы распределения дискретной случайной величины- ряд распределения, полигон распределения, функция распределения. Свойства функции распределения дискретной случайной величины. Числовые характеристики случайных величин. Свойства математического ожидания и дисперсии.
58. Распределения Пуассона и Бернулли.
59. Непрерывные случайные величины. Центрированная и нормированная случайная величина. Интегральный и дифференциальный законы распределения непрерывной случайной величины. Свойства функции и плотности распределения.
60. Числовые характеристики непрерывной случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, коэффициенты асимметрии и эксцесса. Начальные и центральные моменты распределений случайных величин.
61. Предмет математической статистики. Задачи математической статистики.
62. Генеральная и выборочные совокупности случайных величин. Первичная обработка выборочных данных группировка, построение гистограммы распределения случайных величин.
63. Эмпирические интегральная и дифференциальная функции распределения. Их свойства.
64. Выборочные числовые характеристики случайных величин (точечные оценки) дисперсии, математического ожидания, коэффициентов асимметрии, эксцесса, корреляции.
65. Понятие о требованиях к выборочным числовым характеристикам случайной величины - несмещенность, состоятельность и эффективность выборочных числовых характеристик. Доказательства несмещенности и состоятельности среднего арифметического выборки. Исправленная выборочная дисперсия.

Примерные задачи для подготовки к экзамену

1. Найти матрицу $(4A - 2B + 3C)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 7 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 7 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 7 & 8 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведение матриц A B , где $A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 7 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить определители а) $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

4. Доказать совместимость системы и решить ее: по правилу Крамера, средствами матричного исчисления и методом Гаусса

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7; \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 0; \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0; \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \end{cases}$$

6. Заданы координаты точек **A**, **B** и **C**. Найти:

- модуль вектора **a**;
- скалярное произведение векторов **a** и **b**;
- проекцию вектора **c** на вектор **d**;
- координаты точки **M**, делящий отрезок **l** в отношении $\alpha : \beta$.

Если $A(4, 3, 2)$, $B(-4, -3, 5)$, $C(6, 4, -3)$, $\vec{a} = 8\vec{AC} - 5\vec{BC}$, $\vec{b} = \vec{c} = \vec{BA}$, $\vec{d} = \vec{AC}$, $l = BC$, $\alpha = 2$, $\beta = 5$.

7. Вершины пирамиды находятся в точках $A(7, 4, 2)$, $B(-5, 3, -9)$, $C(1, -5, 3)$, $D(7, -9, 1)$. Вычислить площадь грани ABD и объем пирамиды $ABCD$.

8. Даны вершины треугольника ABC : $A(-2, -6)$, $B(-3, 5)$, $C(4, 0)$. Найти:

- уравнение стороны AB ;
- уравнение высоты CH ;
- уравнение медианы AM ;
- точку N пересечения медианы AM и высоты CH ;
- уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB ;
- расстояние от точки C до прямой AB .

9. Найти значение матричного многочлена $f(A) = A^2 - 3A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

10. Написать разложение вектора \vec{x} по векторам \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , если $\vec{a} = \{3; -5; 2\}$, $\vec{b} = \{2; 1; -4\}$, $\vec{c} = \{-1; 6; 0\}$, $\vec{x} = \{-4; 11; 16\}$.

11. Коллинеарны ли векторы $\vec{a} = \{2; 8; -1\}$, $\vec{b} = \{4; -6; 0\}$, $\vec{c} = \{-2; -5; -1\}$?

12. Точки $A_1(3; 3; 1)$, $A_2(5; 1; -2)$, $A_3(1; -2; 1)$, $A_4(3; 2; 1)$ являются вершинами пирамиды. Вычислить ее объем, площадь грани $A_1A_2A_3$.

13. Сила $\vec{F} = \{2; -4; 5\}$ приложена к точке $O(0; 2; 1)$. Определить момент этой силы относительно точки $A(-1; 2; 3)$.

14. Найти указанные пределы:

1). $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 3x + 15}{x^2 - 6x - 27}$

2). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{4x^2 - 5x + 1}$

3). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 2x^2 - 7}{3x^4 + 3x + 5}$

4). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 1}{x^3 + x^2}$

5). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x}$

6). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 3x}$

7). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 4}{3x + 5} \right)^{x+1}$

8). $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4 + x}{5 + x} \right)^{7x}$

9). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin x}{\arcsin x}$

10). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sqrt{x + 16} - 4}$;

15. Дана функция $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x < -1 \\ 3x & -1 \leq x < 3 \\ 5 & x \geq 3 \end{cases}$. Найти точки разрыва функции, если они существуют, и построить график функции.

16. Установить, является ли функция $f(x) = e^{\frac{1}{x-2}}$ непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента $x_1 = 1$ и $x_2 = 2$. Установить характер разрыва. Сделать схематический чертеж функции вблизи точки разрыва.

17. Найти производную заданных функций.

1). $y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^5} + 3x$

2). $y = \frac{3}{x-4} + \sqrt[6]{(2x^2 - 3x + 1)^5}$

3). $y = \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \operatorname{arccctg} 3x^5$

4). $y = \sqrt{(x-2)^3} \cdot \operatorname{arctg}(7x-1)$

5). $y = \operatorname{ctg} 3x \cdot \operatorname{arcsin}^4 2x$

6). $y = \frac{e^{-x^2}}{(2x-5)^7}$

18. Найти y' и y'' функций $y = \log_2(x+3) \cdot \operatorname{arccos}^2 x$.

19. Закон движения материальной точки по прямой задан формулой $s = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 30t + 18$. В какой момент времени скорость точки будет равна нулю?

20. В какой точке параболы $x^2 = 10y$ абсцисса возрастает в пять раз быстрее, чем ордината?

21. Найти частные производные первого порядка функции: $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$.

22. Найти градиент скалярного поля $u = \frac{\sqrt{x}}{z} - \frac{\sqrt{y}}{x} + 2xyz$.

23. Найти указанные неопределенные интегралы: а) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3-1}} dx$ б) $\int e^{2\cos^2 x+5} \sin 2x dx$

24. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$; $y = 0$; $x = 1$. Сделать чертеж.

25. Вычислить объем тела, ограниченного плоскостями $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = x^2$, $z = 0$, $z = y$.

26. Найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами: $y'' + 4y = 8x$

27. Исследовать на сходимость указанный ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$

28. На первом заводе из каждых 100 деталей производится в среднем 90 стандартных, на втором – 95, на третьем – 85, а продукция этих заводов составляет соответственно 50, 30 и 20% всех деталей, поставляемых в магазины данного района. Найти вероятность приобретения стандартной детали.

29. Задан закон распределения дискретной случайной величины X :

X	4	1	3	5
P	0,2	0,1	0,5	0,2

Найти: математическое ожидание $M(X)$.

30. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1 \\ 5(x-1)^2 & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Найти: а) плотность распределения; б) вероятность того, что в результате испытания случайная величина X примет значение, заключенное в интервале $(1,5; 2,5)$; в) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .

Методические рекомендации обучающимся по подготовке к промежуточной аттестации

Подготовка к экзаменационной сессии, сдача экзаменов и зачетов - ответственный период. Серьезная подготовка к сессии, успешная сдача всех экзаменов и зачетов - условие освоения программы профессиональной подготовки по специальности. Основное в подготовке к сессии - это повторение всего материала, по которому необходимо сдавать экзамен. Только тот сдает сессию, кто умеет хорошо повторять материал, прослушанный на лекциях, законспектированный и закрепленный в процессе самоподготовки. Такое повторение предполагает обобщение, углубление, а в ряде случаев и расширение усвоенных за семестр знаний. Необходимо помнить, что допуском к промежуточной аттестации является успешное выполнение тестов, домашних, контрольных, расчетно-графических работ, заданий практических занятий. Для успешной сдачи экзамена по математике необходимо иметь список вопросов к экзамену, конспекты лекций и практических занятий с образцами решенных задач по каждой изученной теме, несколько учебников. Делите количество свободных до экзамена дней на количество вопросов и начинайте подготовку. Начинайте с поиска источников, в которых содержатся ответы на вопросы экзаменационного списка: конспектов, учебных и методических пособий. В списке напротив каждого вопроса отмечайте номер страницы источника, в котором содержится ответ на вопрос. Рядом с выученным вопросом ставьте «+», если вопрос вызывает затруднения - «?». Таким образом, Вам будет легче ориентироваться. Выбирайте, в первую очередь, самые трудные для себя вопросы, т.к. потом у Вас не будет времени их подготовить. То, что знаете хорошо, повторите в последнюю очередь, непосредственно перед экзаменом. Для сдачи экзамена полезно проговорить вслух все вопросы. В этом случае Вы запомните лучше материал, научитесь формулировать свои мысли и почувствуете себя гораздо увереннее. Необходимо посетить консультацию по математике накануне экзамена, т.к. сложные вопросы можно обсудить с преподавателем, получить советы о структуре ответа на них. Прочитав внимательно весь учебный материал, приступайте к его тщательному повторению по темам и разделам. На этапе повторения следует использовать учебник и рекомендуемую преподавателем дополнительную литературу. Нельзя ограничиваться при повторении только конспектами. В них материал записан предельно кратко, сжато, содержит только самое основное. При подготовке к практическим заданиям выписывайте уже решенные примеры и заново их решайте. Таким образом, Вы повторите пройденный материал и проверите свои знания в процессе подготовки к экзамену.

3.4 Критерии оценки знаний и умений студентов при проведении текущего и итогового контроля по предмету *Математика*

Критерии оценки

Перевод числа правильных ответов обучающегося в оценку по пятибалльной шкале рекомендуется проводить в соответствии с нижеприведенной таблицей.

Таблица 2

Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Примерные нормы оценок по устному опросу

Оценка «5»

Оценка «отлично» выставляется студенту, который обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала. Оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины и их значений для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

Оценка «4»

Оценка «хорошо» выставляется студенту, который обнаружил полное знание учебно-программного материала, усвоил основную литературу, рекомендованную в программе. Оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по предмету и способным к их самостоятельному обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности;

Оценка «3»

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему знание основного учебного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Оценка «2»

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, не ознакомившемуся с основной литературой, предусмотренной программой, и не овладевшему базовыми знаниями, предусмотренными по данному предмету и определенными соответствующей программой курса.